elbassair.net

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفـــاع الوطـــني
أركان الجيش الوطني الشعبي
دائرة الاستعمال والتحضير
مديرية مدارس أشبال الأمة

السنة الدراسية: 2019/2018
المستوى: السنة الثالثة ثانوي
الشعبة: رياضيات
المدة: 04 ساعات و 30 دقيقة

امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

1) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 4^5-1 و 4^6-1.

2) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=0$ و $u_1=1$ و من اجل كل عدد طبيعي n :
$u_{n+2}=5u_{n+1}-4u_n$

أ) احسب الحدود: u_2 ، u_3 و u_4.

ب) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=4u_n+1$

ج) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n فان u_n عدد طبيعي، ثم استنتج $PGCD(u_n;u_{n+1})$.

3) لتكن (v_n) متتالية عددية معرفة من اجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n=u_n+\frac{1}{3}$

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

ب) اكتب بدلالة العدد الطبيعي n عبارة v_n ثم عبارة u_n.

ج) عين من اجل كل عدد طبيعي n : $PGCD(4^{n+1}-1;4^n-1)$.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر سطح الكرة (S) التي $x^2+y^2+z^2-4x+2y-4=0$ معادلة ديكارتية له و المستقيم (D) المعرف بالتمثيل الوسيطي

$$\begin{cases} x=-1+6t \\ y=6-5t \\ z=1-2t \end{cases}$$ حيث t عدد حقيقي.

1) بين أن: $(D)\cap(S)=\varnothing$.

2) أعط تمثيلا ديكارتيا للمستقيم (D) .

3) حدد معادلة ديكارتية لكل مستوي من المستويين (P_1) و (P_2) المماسين لسطح الكرة (S) و اللذان يشملان المستقيم (D).

4) احسب إحداثيات النقطتين A و B نقطتا تماس كل من (P_1) و (P_2) مع (S) على التوالي.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

I. المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ لتكن p النقطة ذات اللاحقة $Z_p = 10$ و (Γ) الدائرة ذات القطر $[OP]$ نسمي Ω مركز الدائرة (Γ). نعتبر النقط C,B,A التي لاحقاتها على الترتيب $Z_A = 5+5i$, $Z_B = 1+3i$ و $Z_C = 8-4i$.

1) بين أن النقط C,B,A تنتمي إلى الدائرة (Γ) (يطلب إنشاء الشكل).

2) لتكن النقطة D ذات اللاحقة $Z_D = 2+2i$. بين ان النقطة D هي المسقط العمودي للنقطة O على المستقيم (BC).

II. من اجل كل نقطة M من المستوي مختلفة عن O ذات اللاحقة z نرفق النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث : $z' = \frac{20}{\bar{z}}$ علما أن $\bar{z}$ يرمز إلى مرافق z.

1) بين أن النقط O ، M و M' على استقامة واحدة.

2) لبكن (Δ) المستقيم ذو المعادلة $x=2$ و M نقطة من (Δ) ذات اللاحقة z.

أ) تحقق أن: $z+\bar{z}=4$.

ب) عبر عن $z'+\overline{z'}$ بدلالة z و $\bar{z}$ ، ثم استنتج أن : $5(z'+\overline{z'}) = z'\overline{z'}$.

ج) استنتج أن M' تنتمي إلى تقاطع المستقيم (OM) و الدائرة (Γ) ثم علم النقطة M' في الشكل .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n نعتبر الدالة العددية f_n للمتغير الحقيقي x و المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f_n(x) = \frac{4e^{nx}}{e^{nx}+7}$. و نرمز بـ : (C_n) إلى المنحنى الممثل للدالة في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

I. دراسة الدالة f_1 المعرفة على بـ : $f_1(x) = \frac{4e^x}{e^x+7}$

1) أ) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x فان : $f_1(x) = \frac{4}{1+7e^{-x}}$.

ب) احسب نهايتي الدالة f_1 عند $-\infty$ و عند $+\infty$ و فسر هندسيا النتائج المحصل عليها.

2) أ) بين أن الدالة f_1 متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ و شكل جدول تغيراتها.

ب) استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي x فان : $0 < f_1(x) < 4$.

3)أ) بين أن النقطة I_1 ذات الإحداثيتين $(\ln(7);2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_1).

ب) اكتب معادلة لـــ (T_1)مماس المنحنى (C_1) في النقطة I_1.

ج) أنشئ المماس (T_1) و المنحنى (C_1).

4)احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_1) و المستقيمات التي معادلاتها:

$y=0$, $x=1$ و $x=3$.

II. دراسة بعض خواص الدالة : f_n

1) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فان: $f_n(x)=f_1(nx)$ و استنتج اتجاه تغير الدالة f_n.

2) اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فان النقطة $A\left(0;\frac{1}{2}\right)$ تنتمي إلى المنحنى (C_n).

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

1) أ) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 7 .

ب) ما هو باقي القسمة الاقليدية للعدد $2\times 2019^{6n+4}+2017^{4n+2}$ على 7 .

2) نعتبر المعادلة ذات المجهولين الصحيحين x و y : (E)..... $343x-648y=76$.

أ) بين أن المعادلة (E) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$.

ب) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E).

3) ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين غير المعدومين x و y حلول المعادلة (E).

أ) ما هي القيم الممكنة للعدد d ؟ .

ب) عين الثنائيات $(x;y)$ من الأعداد الطبيعية بحيث يكون $d=76$.

4) λ عدد طبيعي يكتب $\overline{\beta 1\alpha\beta}$ في نظام التعداد ذي الأساس 7 ، ويكتب $\overline{\alpha 1\alpha\alpha\beta}$ في نظام التعداد ذي الأساس 5.

جد العددين الطبيعيين α و β ، ثم أكتب λ في نظام التعداد ذي الأساس 6 .

التمرين الثاني : (04 نقاط)

يحتوي كيس على أربع كرات بيضاء تحمل الأرقام 0، 1، 1، 2 وأربع كرات حمراء تحمل الأرقام 1، 1، 2، 2 .

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من هذا الكيس.

1) أحسب احتمال الحصول على :

أ) ثلاث كرات من نفس اللون .

ب) ثلاث كرات تحمل نفس الرقم .

ج) ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثنى مثنى .

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات المسحوبة التي تحمل الرقم 1 .

أ) عين قانون احتمال المتغير العشوائي X .

ب) أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ والانحراف المعياري $\sigma(X)$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) $P(z)$ كثير الحدود للمتغير المركب z المعرف كما يلي: $P(z)=z^3+\left(2-\sqrt{3}\right)z^2+\left(3-2\sqrt{3}\right)z+6$.

أ) احسب $P(-2)$، ثم عين العددين الحقيقيين α و β بحيث يكون: $P(z)=(z+2)\left(z^2+\alpha z+\beta\right)$.

ب) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $P(z)=0$.

2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$ ، نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب $z_A=1+\sqrt{3}i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=-2$.

أ) أكتب كل من الأعداد z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي ، ثم استنتج أن النقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة (C) التي يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

ب) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ حقيقي .

ج) عين ثم أنشئ (Δ) مجموعة النقط ذات اللاحقة حيث: $\bar{z} = ke^{-i\frac{2\pi}{3}}$ عندما k يمسح $\mathbb{R}$.

3)أ) أكتب على الشكل الأسي العدد : $L = \frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$.

ب) استنتج أن A صورة B بتحويل نقطي يطلب تعيين عناصره المميزة .

ج) حدد مع التعليل طبيعة المثلث ABC .

د) عين اللاحقة z_D للنقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \ln\left(e^x + 2e^{-x}\right)$

و (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(0;\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أحسب : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) – بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f(x) = x + \ln\left(1 + 2e^{-2x}\right)$.

– برهن أن المستقيم $(D): y = x$ مقارب مائل لـــ (C) ثم أدرس الوضع النسبي لـ (C) و (D) .

4) أثبت أن المستقيم $(T): y = -x + \ln 2$ $\boldsymbol{(T): y = -x + \ln 2}$ مقارب مائل لـــ (C) ثم أدرس الوضع النسبي لـ (C) و (T) .

5) أرسم (T) و (D) ثم المنحنى (C).

6) (Δ_m) مستقيم معادلته $y = mx + \frac{\ln 2}{2}(1-m)$ حيث m وسيط حقيقي .

أ) بين أن جميع المستقيمات (Δ_m) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين إحداثياتها .

ب) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = mx + \frac{\ln 2}{2}(1-m)$

7) h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = f(|x|)$

1°) برهن أن الدالة h زوجية

2°) أدرس قابلية اشتقاق الدالة h عند القيمة $x_0 = 0$.

3°) أشرح كيفية رسم المنحنى (Γ) الممثل للدالة h انطلاقا من المنحنى (C) ثم أرسم (Γ).

انتهى الموضوع الثاني

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفـــاع الوطـــني
أركان الجيش الوطني الشعبي
دائرة الاستعمال والتحضير
مديرية مدارس أشبال الأمة

elbassair.net

السنة الدراسية: 2019/2018
المستوى: السنة الثالثة ثانوي
الشعبة: رياضيات

امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

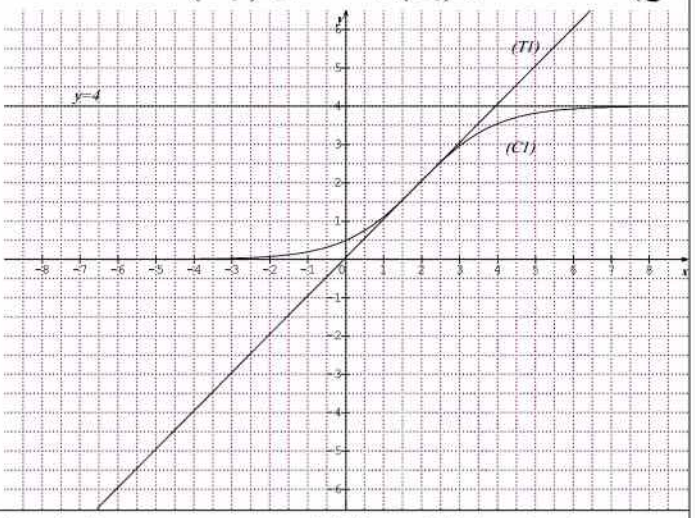
تصحيح الموضوع الأول

عناصـــــــــر الإجابـــــــة	العلامة المجزأة
التمرين الأول: (04 نقاط) 1-) حساب : $PGCD\ (4^{5}-1, 4^{6}-1)$: باستخدام خوارزمية اقليدس أو بالتحليل : $(4^{5}-4,1^{6}-1)=3$ PGCD	0.5
2-) أ) حساب الحدود نجد : $U_2 = 5$ ؛ $U_3 = 21$ و $U_4 = 85$.	0.5
ب-) نتحقق من صحة $P(0)$: $U_0 = 0$ و $U_1 = 1$ ومنه $U_1 = 4U_0 + 1$ اذن $P(0)$ صحيحة نفرض أن $P(n)$ صحيحة أي $U_{n+1} = 4U_n + 1$ ومنه $U_{n+2} = 4U_n + 1$ أي $P(n+1)$ صحيحة	0.5
ج-) لدينا من أجل $n = 0$ لدينا $U_0 = 0$ و $0 \in \mathbb{N}$ اذن $P(0)$ صحيحة ؛ و بما أن $4 \in \mathbb{N}$ و $U_n \in \mathbb{N}$ فإن : $(4U_n + 1) \in \mathbb{N}$ أي $U_{n+1} \in \mathbb{N}$ اذن $P(n+1)$ صحيحة .	0.5
استنتاج $PGCD(U_n, U_{n+1})$: من العلاقة : $U_{n+1} = 4U_n + 1$ نستنتج أن : $U_{n+1} - 4U_n = 1$ اذن حسب"مبرهنة بيزو Beuzout "فإن العددان : U_n و U_{n+1}أوليان فيما بينهماأي$PGCD(U_n, U_{n+1}$=1)	0.5
3-) أ) لدينا : $V_n = U_n + \frac{1}{3}$ و منه $V_{n+1} = (4U_n + 1) + \frac{1}{3}$ ومنه $V_{n+1} = 4V_n$ اذن (V_n)هي متتالية هندسية أساسها q= 4 وحدها $V_n = \frac{1}{3}$	0.5
ب-) من اجل من أجل كل عدد طبيعي $V_n = \frac{1}{3} \times 4^n$ و منه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n = \frac{1}{3}(4^n - 1)$	0.5
ج -) تعيين $PGCD\ (4^{n+1} - 1\ , 4^n - 1)$: لدينامن الجواب (3-ب) : $U_n = \frac{1}{3}(4^n - 1)$ أي $3U_n = 4^n - 1$ ومنه $3U_{n+1} = 4^{n+1} - 1$ اذن : $PGCD(4^{n+1} - 1\ , 4^n - 1) = PGCD(3U_{n+1}, 3U_n)$ $= 3 \times PGCD(U_{n+1}, U_n)$ اذن : $PGCD(4^{n+1} - 1, 4^n - 1) = 3$	0.5
التمرين الثاني : (04 نقاط)	
1-) أ) $(S) : (x - 2)^2 + (y + 1)^2 + Z^2 = 9$ اذن (S) سطح كرة مركزها $\Omega\ (2, -1, 0)$ و نصف قطرها $R = 3$.	0.5

0.5	ب-)بتعويض التمثيل الوسيطي في معادلة (S) نحصل على المعادلة : $65t^2 - 110t + 50 = 0$ بما أن : $\Delta < 0$ لا يوجد حلول إذن $(S) \cap (D) = \emptyset$
0.5	2-) لدينا : $\frac{x+1}{6} = \frac{6-y}{5} = \frac{1-Z}{2}$ أي $\begin{cases} 5(x+1) = 6(6-y) \\ \text{و} \\ 2(6-y) = 5(1-Z) \end{cases}$ نجد : $(D) : \begin{cases} 5x + 6y - 31 = 0 \\ -2y + 5Z + 7 = 0 \end{cases}$
0.5	3-)معادلة المستوي(P_λ)الذي يشمل المستقيم(D)من الشكل: $5x + 6y - 31 + \lambda(-2y + 5Z + 7) = 0$ أي : $(P_\lambda) : 5x + (6-2\lambda)y + 5\lambda Z + 7\lambda - 31 = 0$ مع λ وسيط حقيقي
01	بحيث : $d(\Omega, (P_\lambda)) = R$ أي : $\frac{\lvert 10-6+2\lambda+7\lambda-31 \rvert}{\sqrt{(5)^2+(6-2\lambda)^2+(5\lambda)^2}} = 3$ أي : $9\lvert\lambda - 3\rvert = 3\sqrt{29\lambda^2 - 24\lambda + 61}$ أي : $2\lambda^2 + 3\lambda - 2 = 0$ نجد : $(\lambda_1 = -2$ أو $\lambda_2 = \frac{1}{2})$ اذن : $(P_1) = x + 2y - 2Z - 9 = 0$ و $(P_2) : 2x + 2y + Z - 11 = 0$
0.5	4-) –أ) تقاطع (P_1) مع (S) : شعاع ناظمي لـ (P_1) هو $\overrightarrow{n_1}(1,2,-2)$ (Δ) يشمل Ω و يعامد (P_1) أي $\overrightarrow{\Omega M} = \alpha\,\overrightarrow{n_1}$ مع $\alpha \in \mathbb{R}$ أي $\begin{cases} x = \alpha + 2 \\ y = 2\alpha - 1 \\ Z = -2\alpha \end{cases}$ بالتعويض في معادلة (P_1) نحصل على المعادلة : $9\alpha - 9 = 0$ يكافئ $\alpha = 1$ و بالتالي $A(3, 1, -2)$
0.5	-ب) تقاطع (P_2) مع (S) : شعاع ناظمي لـ (P_2) هو $\overrightarrow{n_2}(2,2,1)$ (Δ') يشمل Ω و يعامد (P_2) أي $\overrightarrow{\Omega M} = k\overrightarrow{n_2}$ مع $k \in \mathbb{R}$ أي $\begin{cases} x = 2k + 2 \\ y = 2k - 1 \\ Z = k \end{cases}$ بالتعويض في معادلة (P_2) نحصل على المعادلة : $9k - 9 = 0$ يكافئ $k = 1$ و بالتالي $B(4, 1, 1)$
	التمرين الثالث : (05 نقاط)
0.75	I) 1-) بما أن $\Omega A = \lvert 5i \rvert = 5$ و $\Omega B = \lvert -4 + 3i \rvert = 5$ و $\Omega C = \lvert 3 - 4i \rvert = 5$ اذن النقط A , B و C تنتمي إلى الدائرة (Γ) ذات القطر [O P] .
0.25	* إنشاء الشكل : تمثيل النقط : Ω , A , B و C و الدائرة (Γ)
0.75	2-) لدينا من جهة $\overrightarrow{BC}\binom{7}{-7}$ و $\overrightarrow{DB}\binom{-1}{1}$ اذن $\overrightarrow{BC} = -7\overrightarrow{DB}$ و منه $D \in (BC)$ و من جهة ثانية : $\overrightarrow{OD} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ أي $(OD) \perp (BC)$ نستنتج أن D هي المسقط العمودي للنقطة O على المستقيم (BC)
0.25	II) -1) نفرض أن $M(x, y)$ نعلم أن $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{OM'}) = arg\left(\frac{Z'}{Z}\right)$ علما أن $Z' = \frac{20}{\bar{Z}}$ و بالتالي : $arg\left(\frac{Z'}{Z}\right) = arg\left(\frac{20}{Z\bar{Z}}\right)$

حيث : $Z\overline{Z'} = x^2 + y^2$ أي $Z\overline{Z} \in \mathbb{R}_*^+$ و بالتالي $\frac{20}{Z\overline{Z}} \in \mathbb{R}_*^+$ اذن $arg\left(\frac{Z'}{Z}\right) = 2k\pi$ مع k عدد صحيح و هذا يعني أن النقط : M ' , M , O على استقامة واحدة	0.75
2-)-أ) بما أن $M \in (\Delta)$ فإن : $Z = 2 + iy$ ومنه $\overline{Z} = 2 - iy$ بالجمع نجد : $Z + \overline{Z} = 4$	0.25
-ب) لدينا : $Z' + \overline{Z'} = \frac{20}{\overline{Z}} + \frac{20}{Z} = \frac{20Z+20\overline{Z}}{Z\overline{Z}} = \frac{20(Z+\overline{Z})}{Z\overline{Z}} = \frac{80}{Z\overline{Z}}$	0.5
*) حسب الجواب السابق : $5(Z' + \overline{Z'}) = 5\left(\frac{80}{Z\overline{Z}}\right) = \frac{400}{Z\times\overline{Z}} = \frac{20}{Z} \times \frac{20}{\overline{Z}}$ اذن $5(Z' + \overline{Z}) = Z' \times \overline{Z'}$	0.5
-ج) من جهة حسب الجواب II – 1) النقط M , O و M ' في استقامية و منه $M' \in (OM)$ من جهة ثانية : $\Omega M' = \lvert Z' - 5\rvert$ (علما أن $Z \times \overline{Z} = \lvert Z\rvert^2$. و بالتالي $\Omega M'^2 = (Z' - 5)(\overline{Z' - 5})$ أي $\Omega M'^2 = Z'\overline{Z'} - 5(Z' + \overline{Z'}) + 25$ و بما أن $Z' + \overline{Z'} = 4$ و $Z' \times \overline{Z'} = 5(Z' + \overline{Z'})$ نحصل على : $\Omega M'^2 = 25$ أي $\Omega M' = 5$ و منه $M' \in (\Gamma)$. و بالتالي M ' تنتمي إلى تقاطع المستقيم (OM) و الدائرة (Γ) .	01

العلامة المجزأة	**التمرين الرابع : (07 نقاط)**
0.25	I) 1-) -أ) التحقق من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f_1(x) = \frac{4e^x}{e^x(1+\frac{7}{e^x})}$. و هو المطلوب : $= \frac{4}{1+7e^{-x}}$
0.5	-ب) النهايات : $\lim\limits_{x\to+\infty} f_1(x) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{4}{1+7e^{-x}}\right) = 4$ $\lim\limits_{x\to-\infty} f_1(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{4e^x}{(e^x+7)} = 0$
0.5	التفسيير الهندسي : المنحنى $(\mathcal{C}_1)$ يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما في جوار $-\infty$ معادلته $y = 0$ (منطبق على محور الفواصل) و الآخر معادلته $y = 4$ (موازي لحامل محور الفواصل) في جوار $+\infty$.
0.5	2-) –أ) الدالة f_1 قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ بحيث : من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f_1'(x) = \frac{28e^x}{(e^x+7)^2}$.
0.5	إتجاه التغيير : من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن $f_1'(x) > 0$ و بالتالي الدالة f_1 متزايدة تماما على $\mathbb{R}$.
0.5	-ب) بما أن الدالة f_1 مستمرة و متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ و حسب الجواب 1-ب) فإن صورة المجال $\mathbb{R}$ بالدالة f_1 هو المجال $]0, 4[$ إذن من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $0 < f_1(x) < 4$.
0.75	3-) –أ) نضع $\begin{cases} a = \ln 7 \\ b = 2 \end{cases}$ و أي $\begin{cases} 2a = 2\ln 7 \\ 2b = 4 \end{cases}$ و ؛ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن : $(2\ln 7 - x) \in \mathbb{R}$ و $f_1(2\ln 7 - x) = \frac{4e^{2\ln 7 - x}}{e^{2\ln 7 - x}+7} = \frac{28}{7+e^x}$ بالجمع نجد : $f_1(2\ln 7 - x) + f_1(x) = \frac{28}{7+e^x} + \frac{4e^x}{7+e^x} = 4$ أي $f_1(2a - x) + f_1(x) = 2b$ و هذا يعني أن النقطة $I_1(\ln 7, 2)$ هي مركز تناظر للمنحنى $(\mathcal{C}_1)$.

0.25	-ب) معادلة المماس (T_1) : $(T_1)\ :\ y = f_1'(\ln 7)(x - \ln 7) + f_1(\ln 7)$ نجد : $(T_1): y = x - \ln 7 + 2$
0.75	-ج) انشاء المماس (T_1) و المنحنى $(\mathcal{C}_1)$ 
0.5	4-) حساب المساحة $\mathcal{A}$: الدالة f مستمرة و موجبة على المجال [1,3] إذن : $\mathcal{A} = \int_1^3 f_1(x)dx = 4\int_1^3 \frac{e^x}{e^x+7}dx = [4\ln(e^x+7)]_1^3$ Ua
0.5	أي : Ua $\mathcal{A} = 4\ln(e^3+7) - 4\ln(e^1+7)$ أو Ua $\mathcal{A} = 4\ \ln\left(\frac{e^3+7}{e^1+7}\right)$.
0.5	الجزء II) 1-) من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f_n(x) = \frac{4e^x}{e^{nx}+7}$ و لدينا من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f_1(x) = \frac{4e^x}{e^x+7}$. و من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $f_1(nx) = \frac{4e^{nx}}{e^{nx}+7}$. أي : $f_1(nx) = f_n(x)$
0.5	* اتجاه تغير الدالة f_n : بما أن $f_n(x) = f_1(nx)$ و بوضع $U(x) = nx$ حيث($n \in \mathbb{N}^*$ أي $n > 0$) فإن $f_n = f_1 \circ U$ و بما أن الدالة U متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ فإن الدالة المركبة f_n متزايدة تماما على $\mathbb{R}$.
0.5	2-) من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم و من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f_n(0) = \frac{4e^0}{e^0+7} = \frac{4}{1+7} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ و بالتالي النقطة $A\ (0, \frac{1}{2})$ تنتمي إلى $(\mathcal{C}_n)$

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفـــاع الوطـــني
أركان الجيش الوطني الشعبي
دائرة الاستعمال والتحضير
مديرية مدارس أشبال الأمة

elbassair.net

السنة الدراسية: 2019/2018
المستوى: السنة الثالثة ثانوي
الشعبة: الرياضيات

امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

تصحيح الموضوع الثاني

محاور الموضوع	عناصـــر الإجـــابة	العلامـــة مجزأة	العلامـــة كاملة
التمرين الأول	1)أ) بواقي قسمة 3^n على 7 .	0.5 ن	04 ن

$n=$	$6k$	$6k+1$	$6k+2$	$6k+3$	$6k+4$	$6k+5$
$3^n\equiv$	1	3	2	6	4	5

ب) $2019\equiv 3[7]$ ومنه $2019^{6n+4}\equiv 4[7]$

$2017\equiv 1[7]$ ومنه $2017^{4n+2}\equiv 1[7]$

إذن $2\times 2019^{6n+4}+2017^{4n+2}\equiv 2[7]$. — 0.5 ن

2) أ) $PGCD(343;648)=1$ و 1 يقسم 76 ومنه المعادلة (E) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$. — 0.25 ن

ب) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E). — 0.75 ن

$(x;y)=(648k+4;343k+2)$ حيث $k\in\mathbb{Z}$.

3) ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين غير المعدومين x و y حلول المعادلة (E).

أ) d يقسم x و d يقسم y ومنه d يقسم $343x-648y$ أي d يقسم 76 ومنه $d\in\{1;2;4;19;38;76\}$. — 0.5 ن

ب) $d=76$ معناه $\begin{cases}648k+4\equiv 0[76]\\343k+2\equiv 0[76]\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}40k+4\equiv 0[76]\\39k+2\equiv 0[76]\end{cases}$

و منه $k\equiv 74[76]$ أي $k=76\alpha+74$ مع $\alpha\in\mathbb{N}$. — 0.5 ن

ومنه $(x;y)=(49248\alpha+47956;26068\alpha+25384)$ مع $\alpha\in\mathbb{N}$.

4) $\begin{cases}\lambda=\beta\times 7^3+7^2+\alpha\times 7+\beta\\\lambda=\alpha\times 5^4+5^3+\alpha\times 5^2+\alpha\times 5+\beta\\0<\alpha<5\\0<\beta<5\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}\lambda=344\beta+7\alpha+49\\\lambda=655\alpha+\beta+125\\0<\alpha<5\\0<\beta<5\end{cases}$

أي $\begin{cases} 343\beta - 648\alpha = 76 \\ 0 < \alpha < 5 \\ 0 < \beta < 5 \end{cases}$ ومنه $(\alpha;\beta) = (2;4)$. — 0.75 ن — 0.25 ن

كتابة λ في نظام التعداد ذي الأساس 6 : $\lambda = 1439 = \overline{01355}^{6}$.

التمرين الثاني — 04 ن

يحتوي كيس على أربع كرات بيضاء تحمل الأرقام 0، 1، 1، 2 وأربع كرات حمراء تحمل

الأرقام 1، 1، 2، 2 .

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من هذا الكيس. — 0.25 ن

1) عدد إمكانيات السحب: $C_8^3 = 56$.

أ) احتمال الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون: $\frac{C_4^3 + C_4^3}{56} = \frac{8}{56} = \frac{1}{7}$. — 0.25 ن — 0.25 ن

ب) احتمال الحصول على ثلاث كرات تحمل نفس الرقم : $\frac{C_4^3 + C_3^3}{56} = \frac{5}{56}$.

ج)احتمال الحصول على ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثنى مثنى: — 0.25 ن

$\frac{C_1^1 \times C_4^1 \times C_3^1}{56} = \frac{12}{56} = \frac{3}{14}$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات المسحوبة التي تحمل الرقم 1 .

أ) قانون احتمال المتغير العشوائي X : — 02 ن — 0.5 ن

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{4}{56}$	$\frac{24}{56}$	$\frac{24}{56}$	$\frac{4}{56}$

ب) الأمل الرياضي: $E(X) = \sum_{i=1}^{4} x_i P_i = \frac{0+24+48+12}{56} = \frac{84}{56} = 1,5$ — 0.25 ن

التباين: $V(X) = \sum_{i=1}^{4} x_i^2 P_i - E^2(X) = \frac{0+24+96+36}{56} - (1,5)^2 = 0,54$. — 0.25 ن

الانحراف المعياري: $\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = 0,73$.

التمرين الثالث — 05 ن

1) $P(z) = z^3 + (2-\sqrt{3})z^2 + (3-2\sqrt{3})z + 6$. — 0.25 ن

أ) $P(-2) = 0$. — 0.5 ن

$P(z) = (z+2)(z^2 - \sqrt{3}z + 3)$.

ب) $P(z) = 0$ تكافئ $(z+2=0)$ أو $(z^2 - \sqrt{3}z + 3 = 0)$.

$z + 2 = 0$ يكافئ $z = -2$.

$z^2 - \sqrt{3}z + 3 = 0$

$\Delta = -9 = (3i)^2$ ، $z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i$ و $z_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$.

	مجموعة الحلول: $S=\left\{-2;\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{2}i;\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{2}i\right\}$	0.5 ن	
	2) $z_A=1+\sqrt{3}i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=-2$.		
	أ) كتابة كل من الأعداد z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي:	0.75 ن	
	$z_A=2e^{i\frac{\pi}{3}}$ ، $z_B=2e^{-i\frac{\pi}{3}}$ و $z_C=2e^{\pi i}$.		
	الاستنتاج: لدينا $\lvert z_A\rvert=\lvert z_B\rvert=\lvert z_B\rvert=2$ أي $OA=OB=OC=2$ ومنه النقط A ، B و C تنتمي إلى الدائرة (C) التي مركزها O ونصف قطرها 2 .	0.25 ن	
	ب) $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n\in\mathbb{R}$ معناه $e^{2in\frac{\pi}{3}}\in\mathbb{R}$ ومنه $2n\frac{\pi}{3}=k\pi$ و منه $2n=3k$ ونجد $n=3k'$ حيث $k'\in\mathbb{N}$.	0.5 ن	
	ج) $\overline{z}=ke^{-i\frac{2\pi}{3}}$ معناه $z=ke^{i\frac{2\pi}{3}}$ ومنه $\arg z=\frac{2\pi}{3}+2k\pi$ ومنه $\left(\vec{u};\overrightarrow{OM}\right)=\frac{2\pi}{3}+2k\pi$ و منه (Δ) هو نصف المستقيم $[OE)$ باستثناء النقطة O حيث $z_E=-1+i\sqrt{3}$.	0.5 ن	
	3)أ) كتابة على الشكل الأسي العدد : $L=\frac{z_A-z_C}{z_B-z_C}$: $L=\frac{3+i\sqrt{3}}{3-i\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}\,e^{i\frac{\pi}{6}}}{2\sqrt{3}\,e^{-i\frac{\pi}{6}}}=e^{i\frac{\pi}{3}}$	0.5 ن	
	ب) لدينا $z_A-z_C=e^{i\frac{\pi}{3}}(z_B-z_C)$ ومنه A صورة B بالدوران الذي مركزه C وزاويته $\frac{\pi}{3}$	0.25 ن	
	ج) طبيعة المثلث ABC : لدينا $\begin{cases}CB=CA\\ \left(\overrightarrow{CB};\overrightarrow{CA}\right)\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]\end{cases}$ ومنه ABC متقايس الأضلاع .	0.5 ن	
	د) $ABCD$ متوازي أضلاع معناه $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ أي $z_D-z_A=z_C-z_B$ ومنه $z_D=z_C-z_B+z_A$ أي $z_D=-2+2i\sqrt{3}$.	0.5 ن	
التمرين الرابع	$f(x)=\ln\left(e^x+2e^{-x}\right)$		07 ن
	1) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$	0.5 ن	
	$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$.	0.5 ن	
	2) $f'(x)=\frac{e^{-x}\left(e^{2x}-2\right)}{e^x+2e^{-x}}$	0.5 ن	

جدول التغيرات .

0.5 ن

x	$-\infty$		$\frac{\ln 2}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\ln(2\sqrt{2})$	$\nearrow$	$+\infty$

$$f(x)=x+\ln\left(1+2e^{-2x}\right)$$

0.5 ن

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)-x=\lim_{x\to+\infty}\ln\left(1+2e^{-2x}\right)=0$$

$(D): y=x$ مقارب مائل لـ B

0.25 ن

$$f(x)-x=\ln\left(1+2e^{-2x}\right)\rangle 0, 1+2e^{-2x}\rangle 1$$

B أعلى من (D)

0.25 ن

4) $$\lim_{x\to-\infty} f(x)-(-x+\ln 2)=\lim_{x\to-\infty}\ln\left(2+e^{2x}\right)=0$$

0.25 ن

$(T): y=-x+\ln 2$ مقارب مائل لـ B

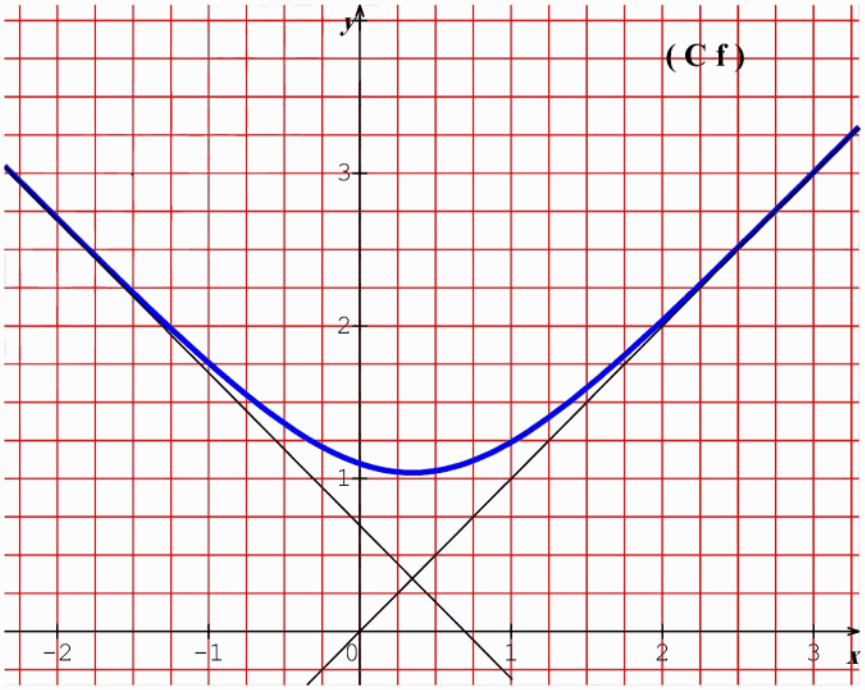
$$f(x)-(-x+\ln 2)=\ln\left(2+e^{2x}\right)\rangle 0, 2+e^{2x}\rangle 0$$

0.25 ن

B أعلى من (T)

5)رسم (D) (T).**ثم** (C)

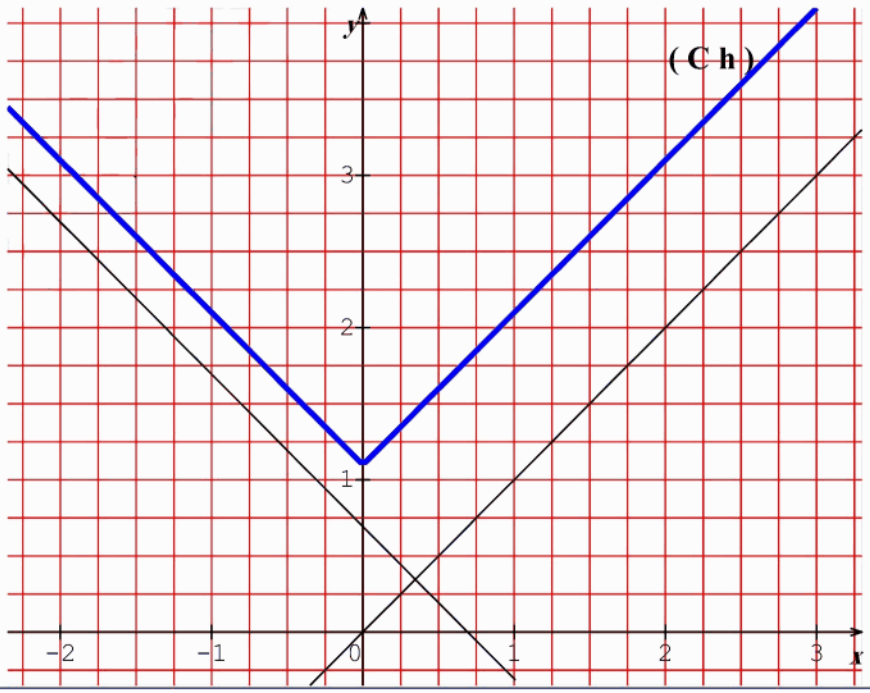
01 ن



6) $(\Delta_m)\ \ y=mx+\frac{\ln 2}{2}(1-m)$

0.5 ن

أ) النقطة الثابته $\left(\frac{\ln 2}{2},\frac{\ln 2}{2}\right)$

ب) $f(x)=mx+\frac{\ln 2}{2}(1-m)$

	01 ن	* $m\in\left]-\infty;1-\frac{2\ln 3}{\ln 2}\right[$ حل موجب * $m=1-\frac{2\ln 3}{\ln 2}$ حل معدوم * $m\in\left]1-\frac{2\ln 3}{\ln 2};-1\right[$ حل سالب * $m\in[-1,1]$ لا توجد حلول * $m\in]1;+\infty[$ حل موجب	
	0.5 ن	7) h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=f(\lvert x\rvert)$ 1°) من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ فإن $-x\in\mathbb{R}$ و $h(-x)=h(x)$ 2°) $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\frac{x+\ln(1+2e^{-2x})-\ln 3}{x-0}=\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\frac{x+\ln(1+2e^{-2x})}{x-0}$ $=\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}1+\frac{\ln\left[1+\left(\frac{-2}{3}+\frac{2}{3}e^{-2x}\right)\right]}{\left(\frac{-2}{3}+\frac{2}{3}e^{-2x}\right)}.\frac{\left(\frac{-2}{3}+\frac{2}{3}e^{-2x}\right)}{x}=\frac{-1}{3}$	
	0.5 ن	$\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\frac{1}{3}$ الدالة h غير قابلة للاشتقاق عند القيمة $x_0=0$.	
	0.5 ن	3°) $x\in[0,+\infty[$ $h(x)=f(x)$ المنحنى (Γ) ينطبق على (C) $x\in]-\infty,0]$ المنحنى (Γ) نظير (C) بالنسبة إلى (yy')